THREE YEAR B.A./B.Sc. DEGREE EXAMINATION — APRIL/MAY 2018

CHOICE BASED CREDIT SYSTEM

SECOND SEMESTER

Part II — Mathematics

Paper I — SOLID GEOMETRY

(w.e.f. 2015-2016)

Time : 3 hours Max. Marks : 75

SECTION – A

సెక్షన్ – ఎ

Answer any FIVE of the following.

Each questions carries 5 marks.

ఏవైనా ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

ప్రతి ప్రశ్నకు 5 మార్కులు.

(Marks : 5 × 5 = 25)

1. Find the equation to the plane through the points $(1, -2, 4)$, $(3, -4, 5)$ and perpendicular to XY plane. (5)

   $(1, -2, 4)$, మరియు $(3, -4, 5)$ అనుబిందువుల గుండా పోతూ XY తలానికిలంబంగావుండే తలము సమీకరణము కనుక్కోండి.

2. Prove that the equation $2x^2 - 6y^2 - 12z^2 + 18yz + 2zx + xy = 0$ represents a pair of planes, and find the angle between them. (5)

   $2x^2 - 6y^2 - 12z^2 + 18yz + 2zx + xy = 0$ అను సమీకరణము తల యుగ్మాన్ని సూచిస్తుందని చూపి, వాటి మధ్య కోణము కనుక్కోండి.

3. Find the image of the point $(1, 3, 4)$ in the plane $2x - y + z + 3 = 0$. (5)

   $2x - y + z + 3 = 0$ అనుతలంలో $(1, 3, 4)$ అను బిందువు యొక్క ప్రతి బింబాన్ని కనుక్కోండి.

4. Find the equation to the plane containing the line $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{4}$ and if perpendicular to the plane $x + 2y + z - 12 = 0$. (5)

   $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{4}$ అనుసరళరేఖను కల్గి $x + 2y + z - 12 = 0$ అనుతలానికి లంబంగా వున్నతలము సమీకరణము కనుక్కోండి.

[P.T.O.]

5. Find the centre and radius of the circle $x^2+y^2+z^2-2y-4z-11=0$, $x+2y+2z-15=0$. (5)

$x^2+y^2+z^2-2y-4z-11=0, x+2y+2z-15=0$ అనువృత్తం యొక్క కేంద్రము మరియు వ్యాసార్థము కనుక్కోండి.

6. Show that the plane $2x-2y+z+12=0$ touches the sphere $x^2+y^2+z^2-2x-4y+2z-3=0$ and find the point of contact. (5)

$2x-2y+z+12=0$ అనుతలము $x^2+y^2+z^2-2x-4y+2z-3=0$ అనుగోళాన్ని స్పర్శిస్తుందని చూపి, స్పర్శ బిందువు నిరూపకాలు కనుక్కోండి.

7. Find the equation to the cone which passes through the three co-ordinate axes and the lines $\frac{x}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z}{3}$ and $\frac{x}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z}{1}$. (5)

మూడు నిరూపక అక్షాలు మరియు $\frac{x}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z}{3}$, $\frac{x}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z}{1}$ అనుసరళ రేఖలు గుండాపోవు శంకువు సమీకరణము కనుక్కోండి.

8. Find the equation of the lines of intersection of the plane $2x+y-z=0$ and the cone $4x^2-y^2+3z^2=0$. (5)

$2x+y-z=0$ అనుతలము మరియు $4x^2-y^2+3z^2=0$ అను శంకువుల అంతర్ ఖండనముచే ఏర్పడిన రేఖల సమీకరణాలు కనుక్కోండి.

9. Find the equation of the cylinder whose generators are parallel to $\frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z}{3}$ and which passes through the curve $x^2+y^2=16,\ z=0$. (5)

$\frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z}{3}$ అను సరళరేఖకు సమాంతరంగా వుండే జనకరేఖచే మరియు $x^2+y^2=16,\ z=0$ అను వక్రము గూండా పోవు స్థూపము సమీకరణము కనుక్కోండి.

10. Find the equation to the right circular cylinder whose axis is $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-3}{1}$ and of radius 2. (5)

$\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-3}{1}$ అనునది అక్షము మరియు వ్యాసార్థము '2' కల్గిన స్థూపము సమీకరణము కనుక్కోండి.

SECTION - B

సెక్షన్ – బి

Answer ALL questions. Each carries 10 marks.

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

ప్రతి ప్రశ్నకు 10 మార్కులు.

(Marks : $5 \times 10 = 50$)

11. Find the equation of the plane bisecting the obtuse angle between the planes $3x + 4y - 5z + 1 = 0$ and $5x + 12y - 13z = 0$. (10)

$3x + 4y - 5z + 1 = 0$ మరియు $5x + 12y - 13z = 0$ అనుతలాల మధ్య కోణాన్ని అదిక కోణములో సమద్విఖండించే తలము సమీకరణము కనుక్కోండి.

Or

12. If $H = ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2gzx + 2hxy = 0$ represents pair of planes and θ is angle between them. Then show that $\cos\theta = \left| \dfrac{a+b+c}{\sqrt{(a+b+c)^2 + 4\left(f^2 + g^2 + h^2 - ab - bc - ca\right)}} \right|$. (10)

$H = ax^2 + by^2 + cz^2 + 2fyz + 2gzx + 2hxy = 0$ అనునది తల యుగ్మాన్ని సూచిసే 'θ' అనునది వాటి మధ్య కోణము అయితే $\cos\theta = \left| \dfrac{a+b+c}{\sqrt{(a+b+c)^2 + 4\left(f^2 + g^2 + h^2 - ab - bc - ca\right)}} \right|$ అని చూపండి.

13. Find the image of the line $\dfrac{x-1}{9} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+3}{-3}$ in the plane $3x - 3y + 10z - 26 = 0$. (10)

$\dfrac{x-1}{9} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z+3}{-3}$ అనుసరళరేఖ యొక్క ప్రతిబింబాన్ని $3x - 3y + 10z - 26 = 0$ అనుతలంలో కనుక్కోండి.

Or

14. Find the length and equations of the line of S.D. between the lines $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z}{1}$ and $x + y + 2z - 3 = 0 = 2x + 3y + 3z - 4$. (10)

$\dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z}{1}$ మరియు $x + y + 2z - 3 = 0 = 2x + 3y + 3z - 4$ అనుసరళరేఖల మధ్య కనిష్ఠదూరము (S.D.) పరిమాణము మరియు కనిష్ఠదూరము యొక్క సరళరేఖా సమీకరణము కనుక్కోండి.

15. A sphere of constant radius 'r' passes through the origin 'O' and cuts the axes in A, B, C. Prove that the foot of the perpendicular from 'O' to the plane $\overleftrightarrow{ABC}$ lies on $\left(x^2 + y^2 + z^2\right)^2 \left(x^{-2} + y^{-2} + z^{-2}\right) = 4r^2$. (10)

మూలబిందువు గుండాపోతూ, స్థిరవ్యాసార్థము 'r' ను కల్గిన గోళము నిరూపక అక్షాలను A, B, C వద్ద ఖండిస్తే, 'O' నుండి $\overleftrightarrow{ABC}$ తలానికి గీచిన లంబపాదము $\left(x^2 + y^2 + z^2\right)^2 \left(x^{-2} + y^{-2} + z^{-2}\right) = 4r^2$ పుంటుందని చూపండి.

Or

16. Find the equation of the sphere which touches the plane $3x + 2y - z + 2 = 0$ at $(1, -2, 1)$ and cuts orthogonally the sphere $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y + 4 = 0$. (10)

$3x + 2y - z + 2 = 0$ అనుతలాన్ని $(1, -2, 1)$ వద్ద స్పర్శిస్తూ $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y + 4 = 0$ అనుగోళాన్ని లంబకోణములో ఛేధించే గోళ సమీకరణము కనుక్కోండి.

17. Prove that the angle between the lines of intersection of the plane $x + y + z = 0$ with the cone $ayz + bzx + cxy = 0$ is $\pi/3$ if $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$. (10)

$x + y + z = 0$ అనుతలము $ayz + bzx + cxy = 0$ అను శంకువుల అంతర్ఖండనముచే ఏర్పడు సరళరేఖల మధ్యకోణము $\pi/3$ అయితే $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0$ అని చూపండి.

Or

18. Show that the equation $2y^2 - 8yz - 4zx - 8xy + 6x - 4y - 2z + 5 = 0$ represents a cone and find its vertex. (10)

$2y^2 - 8yz - 4zx - 8xy + 6x - 4y - 2z + 5 = 0$ అను సమీకరణము శంకువు తెలుపుతుందని చూపి, దాని శీర్షము కనుక్కోండి.

19. Find the equation to the right circular cylinder whose guiding circle is $x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $x - y + z = 3$. (10)

$x^2 + y^2 + z^2 = 9$, $x - y + z = 3$ అను ఆధార వక్రాన్ని కల్గిన లంబవర్తుల స్థూపము సమీకరము కనుక్కోండి.

Or

20. Find the equation of the enveloping cylinder of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 1 = 0$, having its generators parallel to the line $x = y = z$. (10)

$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 1 = 0$, అనుగోళానికి $x = y = z$ అనుసరళరేఖకు సమాంతరంగా పుంటే జనకరేఖచే ఏర్పడు స్పర్శ స్థూపము సమీకరణము కనుక్కోండి.